PLA12601 Operaatiotutkimus Pori
Koe 5A 2018

1. Tässä tehtävässä käytetään yhden koneen aikataulun laadinta ongelmaa. (Tässä tehtävässä käytetään lyhennettä 1-koneen ATL.) Kun työtehtävien lukumäärä on $n = 4$, 1-koneen ATL:n MIP malli voidaan esittää seuraavasti:

$$
\begin{aligned}
\min \sum_{i=1}^{4} v_i & & \\
x_i &\geq r_i\ , & i = 1,2,3,4 \\
u_i &= x_i + p_i\ , & i = 1,2,3,4 \\
v_i &\geq u_i - d_i\ , & i = 1,2,3,4 \\
x_i + p_i &\leq x_j + 100(1 - y_{ij})\ , & i = 1,2,3,\ j = i+1, i+2, \ldots 4 \\
x_j + p_j &\leq x_i + 100 y_{ij}\ , & i = 1,2,3,\ j = i+1, i+2, \ldots 4 \\
v_i &\geq 0\ , & i = 1,2,3,4 \\
y_{ij} &\in \{0,1\}\ , & i = 1,2,3,\ j = i+1, i+2, \ldots 4\ .
\end{aligned}
$$

MIP-tehtävän muuttujat ovat x_i, u_i, v_i ja y_{ij}. MIP-tehtävän parametrien arvot annetaan seuraavassa taulukossa.

i	1	2	3	4
r_i	3	8	1	4
p_i	4	7	5	8
d_i	10	15	10	16

(a) Keksi kaksi eri käypää ratkaisua tälle MIP-mallille. Kumpi ratkaisu on parempi?

(b) Halutaan lisätä seuraava ehto:

Työtehtävä 3 täytyy tehdä ennen työtehtävää 2.

Muodosta tätä ehtoa vastaava lineaarinen rajoite.

(c) Tarkastellaan alkuperäistä 1-koneen ATL ongelmaa ilman kohdan (b) ehtoa. Kun on $n = 4$ työtehtävää, tiedetään, että alkuperäisellä 1-koneen ATL ongelmalla on $4! = 24$ eri käypää ratkaisua. Montako käypää ratkaisua on sen jälkeen, kun MIP-malliin lisätään kohdan (b) ehto?

(TOISELLE PUOLELLE)

2. Tässä tehtävässä käytetään kaupparatsutehtävää, kun kaupunkien lukumäärä on $n = 5$. Tämän tilanteen MIP-malli voidaan esittää seuraavasti:

$$\min z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} x_{ij} c_{ij} \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1\,, \quad j = 1, 2, 3, 5 \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 1\,, \quad i = 1, 2, 3, 5 \tag{3}$$

$$u_i - u_j + 5x_{ij} \leq 4\,, \text{ kaikille } (i, j)\text{-parille, } i = 2, 3, 4, 5 \; j = 2, 3, 4, 5 \tag{4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}\,, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \; j = 1, 2, 3, 4, 5 \tag{5}$$

Tässä tehtävässä kiinnitetään binäärimuuttujien arvot seuraavasti:

$$x_{15} = x_{24} = x_{32} = x_{41} = x_{53} = 1 \quad \text{ja kaikki muut } x_{ij}\text{:t ovat nollia}$$

Nämä arvot eivät riitä muodostamaan käypää ratkaisua. Jotta saadaan kokonainen käypä ratkaisu täytyy antaa arvot myös muuttujille u_i, $i = 2, 3, 4, 5$. Kussakin kohdassa (a), (b) ja (c) annetaan arvot muuttujille u_i. Kullekin kohdalle vastaa seuraaviin kysymyksiin:

(i) Vastaavatko muuttujien u_i arvot käypää ratkaisua?

(ii) Jos vastaus kysymykseen (i) on ’ei’, niin esitä tarkasti ainakin yksi rajoite yllä olevasta MIP-mallista, joka ei toteudu.

(a) $u_2 = 0, u_3 = 1, u_4 = 2, u_5 = 3$

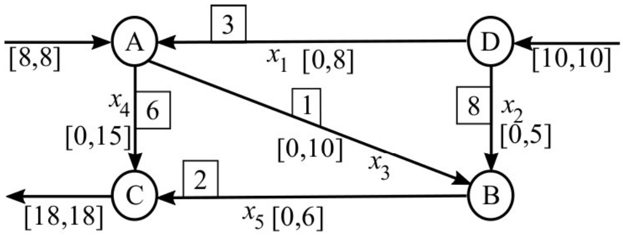
(b) $u_2 = 2, u_3 = 0, u_4 = 1, u_5 = 3$

(c) $u_2 = 3, u_3 = 2, u_4 = 4, u_5 = 1$

PLA12601 Operaatiotutkimus **Pori**

Koe 5B **2018**

1. Seuraavassa kuvassa esitetään verkkomalli.



Tällä verkkomallilla on 5 muuttujaa x_1, x_2, x_3, x_4 ja x_5. Voidaan olettaa, että viivan vieressä olevassa laatikossa on muuttujaan liittyvä kustannus. Voidaan myös olettaa, että halutaan minimoida kokonaiskustannukset.

(a) Muodosta verkkomallia vastaava LP-malli.

(b) Keksi yksi käypä ratkaisu kohdan (a) LP-mallille. Laske käyvän ratkaisun kohdefunktion arvo.

2. Tässä tehtävässä käytetään kaupparatsutehtävää, kun kaupunkien lukumäärä on $n = 5$. Tämän tilanteen MIP-malli voidaan esittää seuraavasti:

$$\min z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} x_{ij} c_{ij} \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1\,, \quad j = 1, 2, 3, 5 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 1\,, \quad i = 1, 2, 3, 5 \tag{8}$$

$$u_i - u_j + 5x_{ij} \leq 4\,, \text{ kaikille } (i, j)\text{-parille, } i = 2, 3, 4, 5 \; j = 2, 3, 4, 5 \tag{9}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}\,, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \; j = 1, 2, 3, 4, 5 \tag{10}$$

Kussakin kohdassa (a), (b) ja (c) annetaan arvot osa tämän kaupparatsutehtävän muuttujille. Kullekin kohdalle anna kaikille muille muuttujille arvot siten, että kaikki arvot yhdessä muodostavat käyvän ratkaisun.

(a) $x_{13} = 1$, $x_{25} = 1$, $x_{34} = 1$, $x_{42} = 1$, $x_{51} = 1$ ja kaikki muut x_{ij}:t ovat nolla

(b) $x_{13} = x_{14} = x_{15} = x_{24} = x_{25} = x_{35} = 0$

(c) $u_3 = 1$, $u_4 = 3$, $u_5 = 2$ ja $x_{13} = 1$