

PLA12601 Operaatiotutkimus Pori
Koe 4A 2018

1. Yleistetyllä paritustehtävällä on seuraavat ominaisuudet:

- Tehtävässä on n yksilöä ja n voi olla parillinen tai pariton.
- Jokainen yksilö voi olla parissa korkeintaan yhden muun yksilön kanssa.
- Halutaan maksimoida kokonaisnettovoitto, joka saadaan muodostamalla pareja.

Parametri c_{ij} on nettovoitto, joka saadaan, jos pari (i, j) muodostetaan. Määritellään binäärimuuttuja x_{ij} , $i < j$ seuraavasti:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{kun yksilöt } i \text{ ja } j \text{ muodostavat parin} \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$$

Koska $i < j$, yleistetyllä paritustehtävällä on $n(n-1)/2$ binäärimuuttujaa. Yleistetyn paritustehtävän BIP voidaan esittää seuraavasti:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i}^n c_{ij} x_{ij} \\ & \sum_{k=i+1}^n x_{i,k} + \sum_{k=1}^{i-1} x_{k,i} \leq 1 \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad j = i+1, i+2, \dots, n \end{aligned}$$

Tässä tehtävässä käytetään 5 yksilön yleistettyä paritustehtävää, jonka nettovoitot c_{ij} annetaan seuraavassa taulukossa.

c_{ij}	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$
$i = 1$	—	-16	12	17	-8
$i = 2$	—	—	-11	4	21
$i = 3$	—	—	—	13	-18
$i = 4$	—	—	—	—	7

(a) Tarkastellaan seuraavaa käypää ratkaisua:

$$x_{12} = 1, x_{34} = 1, \text{ kaikki muut } x_{ij} \text{:t ovat } 0$$

Laske tämän ratkaisun kohdefunktion arvo.

- (b) Etsi käypä ratkaisu, joka on parempi kuin kohdan (a) käypä ratkaisu. Perustele, miksi se on parempi.
- (c) Etsi käypä ratkaisu, joka on huonompi kuin kohdan (a) käypä ratkaisu. Perustele, miksi se on huonompi.
- (d) Montako käypää ratkaisua yleistetyllä paritustehtävällä on, kun $n = 5$?

(TOISELLE PUOLELLE)

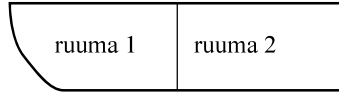
2. Tässä tehtävässä käytetään seuraavaa BIP-mallia:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 - x_3 \\ & x_1 + x_2 - x_3 \geq 1 \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

- (a) Luettele tämän BIP-mallin kaikki käyvät ratkaisut.
- (b) Mikä on optimiratkaisu?
- (c) Keksi yksi uusi rajoite, jolla on seuraavat ominaisuudet:
- Rajoite on muotoa $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 \leq 0$, jossa vakiot α_1 , α_2 ja α_3 saavat olla -1, tai 0 tai 1.
 - Uudessa käyvässä alueessa, joka saadaan yhdistämällä yllä olevan BIP-mallin käypä alue ja uusi rajoite, on yksi käypä ratkaisu.

PLA12601 Operaatiotutkimus Pori
Koe 4B 2018

1. Pikkulaivalla on kaksi lastiruumaa seuraavan kuvan mukaan.



Satamassa odottaa kuusi 20'' konttia, joiden kokonaispainot annetaan seuraavassa taulukossa:

kontti	1	2	3	4	5	6
kokonaispainoa (tonni)	12	17	11	8	15	7

Pikkulaivaan halutaan lastata kaikki kontit siten, että ruumassa 1 on sama määrä kontteja kuin ruumassa 2. Olkoon y_1 ja y_2 ruuman 1 ja ruuman 2 lastipainot tonneina.

- (a) Halutaan, että erotus $|y_1 - y_2|$ on mahdollisimman pieni. Muodosta tilannetta vastaava MIP-malli.
- (b) Keksi kaksi käypää ratkaisua kohdan (a) MIP-mallille. Kumpi on parempi? Perustele.
- (c) Montako käypää ratkaisua kohdan (a) MIP-mallilla on? (Konttien lukumäärä on tasan 6.)

2. Tässä tehtävässä käytetään kohdistustehtävää, jolla on seuraavat ominaisuudet:

- (i) Työntekijöiden lukumäärä on n ja $n \geq 3$.
- (ii) Työtehtävien lukumäärä on m ja $m \geq n$.
- (iii) Jokainen tehtävä annetaan jollekin työntekijälle.
- (iv) Kun työntekijä i tekee työtehtävän j , hän aiheuttaa kustannuksen c_{ij} .

Kun tätä kohdistustehtävää mallinnetaan, käytetään $n \times m$ binäärimuuttujaa x_{ij} :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{kun työtehtävä } j \text{ annetaan työntekijälle } i \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$$

Kussakin kohdassa (a), (b) ja (c) annetaan rajoite. Kirjoita kullekin rajoitteelle sanallinen tulkinta. Esimerkiksi, rajoitteen

$$x_{12} + x_{13} \leq 2x_{11}$$

sanallinen tulkinta on

Jos työntekijä 1 saa tehtävät 2 ja 3, niin hän saa myös tehtävän 1.

- (a) $x_{11} \leq x_{22} + x_{23}$
- (b) $1 + \sum_{j=1}^m x_{1j} \leq \sum_{j=1}^m x_{2j}$
- (c) $\sum_{j=1}^m x_{1j} \leq mx_{11}$